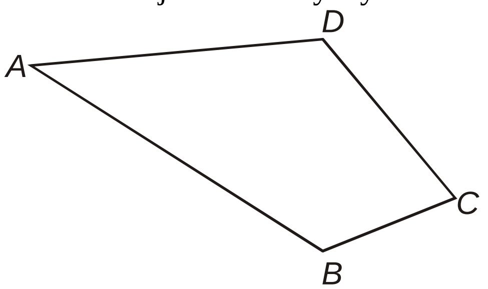
2.7.1 Čtyřúhelník

Předpoklady: 020108

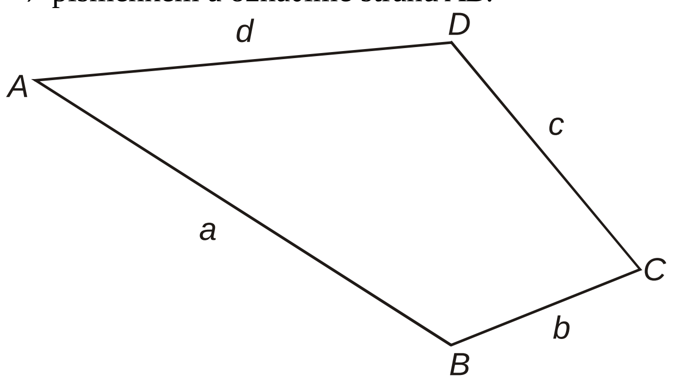
Pedagogická poznámka: Hodina obsahuje látku pouze na půl vyučovací hodiny. Zbytek využíváme na písemku.

Př. 1: Na obrázku je nakreslený čtyřúhelník *ABCD*. Překresli obrázek do sešitu.

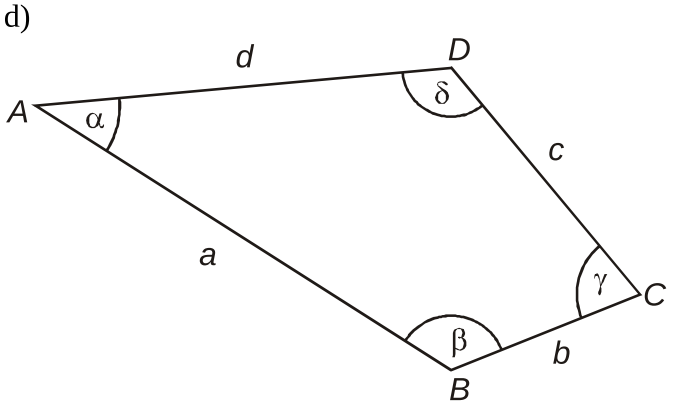


a) Vypiš jeho vrcholy. b) Vypiš jeho strany.
c) Označ strany čtyřúhelníku pomocí malých písmen *a*, *b*, *c*, *d*.
d) Označ jeho vnitřní úhly pomocí řeckých písmen.
e) Vypiš jeho vnitřní úhly jak pomocí řeckých písmen, tak pomocí vrcholů.

a) Vrcholy: *A*, *B*, *C*, *D*.
b) Strany: *AB*, *BC*, *CD*, *DA*.
c) Proti vrcholu *A* leží dvě strany $\Rightarrow$ nemůžeme značit písmenkem *a* stranu naproti vrcholu *A* $\Rightarrow$ písmenkem a označíme stranu *AB*.



d)



e) vnitřní úhly: $\sphericalangle DAB = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$, $\sphericalangle BCD = \gamma$, $\sphericalangle CDA = \delta$.

Př. 2: Využij předchozí obrázek a najdi v něm:
a) sousední strany strany *a*; b) protější strany strany *BC*;
c) sousední vrcholy vrcholu *D* d) protější vrcholy k vrcholu *A*.
e) Dokresli do obrázku úhlopříčky čtyřúhelníku.

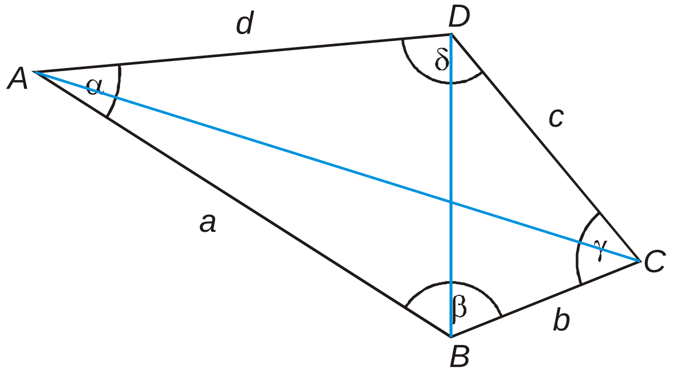
a) Sousední strany strany *a*: strany *b* a *d*.

b) Protější strany strany *BC*: strana *AD*.

c) Sousední vrcholy vrcholu *D*: vrcholy *A*, *C*.

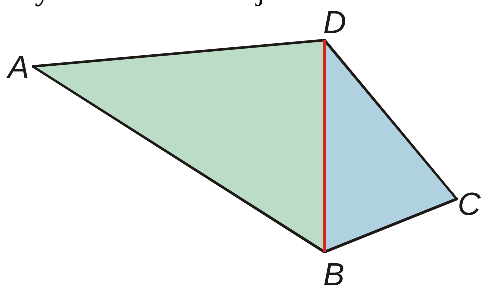
d) Protější vrcholy k vrcholu *A*: vrchol *C*.

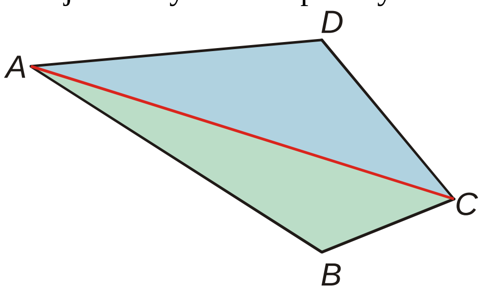
e) Dokresli do obrázku úhlopříčky čtyřúhelníku.
Čtyřúhelník má dvě úhlopříčky: *AC* a *BD*.



Př. 3: Kolika způsoby je možné rozdělit čtyřúhelník *ABCD* úsečkou na dva trojúhelníky? Najdi čtyřúhelník, u kterého je počet možností menší než u čtyřúhelníku *ABCD*. Navrhni pojmenování tohoto typu čtyřúhelníku.

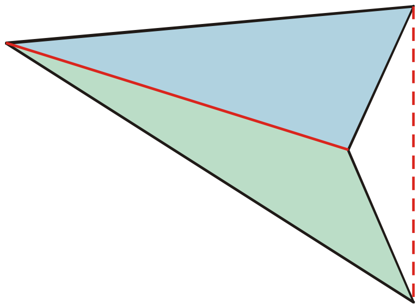
Čtyřúhelník *ABCD* je možné rozdělit úsečkou na dva trojúhelníky dvěma způsoby:





V obou případech je úsečka úhlopříčkou.

Př. 4: Najdi čtyřúhelník, u kterého je počet možností menší než u čtyřúhelníku *ABCD* v předchozím příkladu. Navrhni pojmenování tohoto typu čtyřúhelníku.

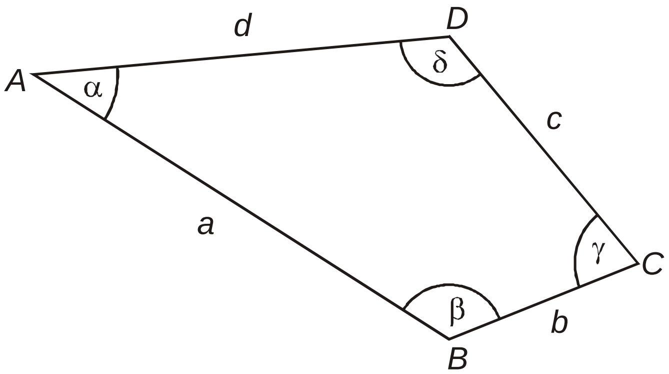


Pouze jeden způsob existuje u čtyřúhelníků, které mají jeden vnitřní úhel větší než $180°$. Jedna z úhlopříček pak neprochází vnitřkem čtyřúhelníka a nedělí ho na dva trojúhelníky.

Takový čtyřúhelník můžeme označit jako **nekonvexní čtyřúhelník**, protože úhel větší než $180°$ jsme označovali jako nekonvexní úhel.

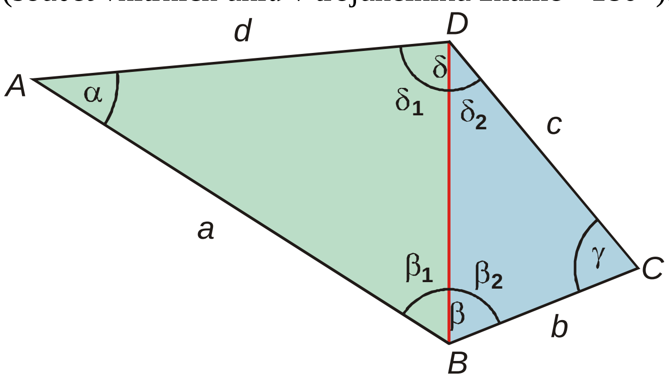
Dále se budeme zabývat pouze konvexními čtyřúhelníky.

Př. 5: Narýsuj libovolný obecný (bez speciálních vlastností) konvexní čtyřúhelník *ABCD* a změř velikosti jeho vnitřních úhlů. Čemu se rovná jejich součet? Výsledek dokaž.



Platí: $\alpha = 37,5°$, $\beta = 125,5°$, $\gamma = 72°$, $\delta = 125°$.
Součet úhlů: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 37,5° + 125,5° + 72° + 125° = 360°$.
Výsledek odpovídá naší zkušenosti: čtverec i obdélník mají čtyři vnitřní úhly o velikosti $90°$ $\Rightarrow$ součet vnitřních úhlů čtverce i obdélníku (speciální případy čtyřúhelníku) je $360°$.

Důkaz: Využijeme skutečnost, že čtyřúhelník můžeme rozdělit úsečkou na dva trojúhelníky (součet vnitřních úhlů v trojúhelníku známe - $180°$).



Platí:

- $\alpha+\beta_1+\delta_1=180°$ (zelený trojúhelník)
- $\gamma+\beta_2+\delta_2=180°$ (modrý trojúhelník)

$\alpha+\beta+\gamma+\delta=\alpha+\beta_1+\beta_2+\gamma+\delta_1+\delta_2=\alpha+\beta_1+\delta_1+\gamma+\beta_2+\delta_2=180°+180°=360°$

Shrnutí: Součet vnitřních úhlů ve čtyřúhelníku se rovná $360°$.